FUNCIONES

Aplicaciones de las derivadas

@matesconlucia

Ejercicios con parámetros

Máximos y mínimos en (x_0, y_0) → $f(x_0) = y_0$
Recta tangente horizontal $(m = f'(x_0) = 0)$ → $f'(x_0) = 0$ (Sólo cogemos la x)

Punto de inflexión en (x_0, y_0) → $f(x_0) = y_0$
Máxima pendiente de la recta tangente → $f''(x_0) = 0$ (Sólo cogemos la x)

Pendiente de la recta tangente en (x_0, y_0) es a → $f(x_0) = y_0$
$f'(x_0) = a$ (Sólo cogemos la x)

Halla la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ que tenga un extremo relativo en $x = 2$ y un punto de inflexión en $P(1,2)$

- Extremo relativo en $x=2 \Rightarrow f'(2) = 0$

Calculamos la derivada y sustituimos

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$, $f'(2) = 3\cdot 4 + 2a\cdot 2 + b = 12 + 4a + b \Rightarrow$ $\boxed{12+4a+b=0}$ 1ª ecuación

- Punto de inflexión en $P(1,2) \Rightarrow f(1) = 2$, $f''(1) = 0$

Sustituimos en la función

$f(1) = 1^3 + a\cdot 1^2 + b\cdot 1 + c = 1 + a + b + c \Rightarrow 1 + a + b + c = 2 \Rightarrow$ $\boxed{a+b+c=1}$ 2ª ecuación

Calculamos la 2ª derivada y sustituimos

$f''(x) = 6x + 2a \Rightarrow f''(1) = 6\cdot 1 + 2a = 6 + 2a \Rightarrow$ $\boxed{6+2a=0}$ 3ª ecuación $\Rightarrow a = -3$

Resuelvo el sistema

$$\begin{cases} 12 + 4a + b = 0 \\ a + b + c = 1 \\ a = -3 \end{cases}$$

$12 + 4\cdot(-3) + b = 0 \Rightarrow b = 0$
$-3 + 0 + c = 1 \Rightarrow c = 4$

Solución: $a = -3$, $b = 0$, $c = 4$

Extremos absolutos

Máximos absolutos → Puntos más altos de la función
Mínimos absolutos → Puntos más bajos de la función
Se alcanzan en los extremos relativos y los extremos del intervalo

Representación de funciones

1. Dominio
   - Polinómicas → $Dom f = \mathbb{R}$
   - Racionales → $Dom f = \mathbb{R} - \{$puntos donde se anula el denominador$\}$

2. Puntos de corte con los ejes
   - EJE X → $y = 0$ Resolvemos la ecuación y obtenemos → $(x, 0)$
   - EJE Y → $x = 0$ Sustituimos "x" por 0 y hallamos "y" → $(0, y)$

3. Asíntotas

VERTICALES Se hace para los puntos que no pertenecen al Dominio

Polinomios → No tienen porque $Dom f: \mathbb{R}$

Racionales → Tiene asíntota en los puntos donde se anula el denominador (x_0)

$\lim_{x \to x_0} f(x) = \pm\infty \longrightarrow x = x_0$ es una asíntota vertical

HORIZONTALES Estudiamos el límite en $\pm\infty$ y tenemos que obtener un número

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = a \longrightarrow y = a$ es una asíntota horizontal

Para saber la posición relativa, cogemos un número muy grande positivo (Ej: 100000) y otro muy pequeño negativo (Ej: -100000) y vemos si se queda la imagen por encima de "a" o por debajo de "a".

OBLICUAS Existe en las racionales cuando el grado del numerador es una unidad mayor.

$y = mx + n$

$m = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$

$n = \lim_{x \to \pm\infty} f(x) - mx$

Para saber la posición relativa, calculamos:

$\lim_{x \to \pm\infty} [f(x) - A.O] = 0$

0^+ → la función está por encima
0^- → la función está por abajo

} Estudiamos el signo del cero

Representación de algunas funciones

Rectas

$f(x) = mx + n$

1. Tabla de valores

Parábolas

$f(x) = ax^2 + bx + c$

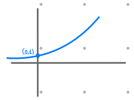
$a > 0$ convexa; $a < 0$ cóncava

1. Vértice $V_x = \frac{-b}{2a}$
   $V_y = f(V_x)$
2. Puntos de corte con los ejes (OPCIONAL)
3. Tabla de valores

Exponencial

$f(x) = e^x$

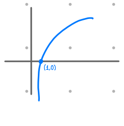
1. Siempre pasa por $(0,1)$



Logarítmica

$f(x) = \ln x$

1. Siempre pasa por el $(1,0)$



CC BY NC ND